

# Charriage de particules dans un écoulement cisailé

P. Aussillous <sup>a</sup>, M. Pailha<sup>b</sup>, J. Chauchat<sup>c</sup>, E. Guazzelli<sup>a</sup>

a. IUSTI CNRS UMR 6595 - Aix-Marseille Université (U1), France

b. Manchester Center for Nonlinear Dynamics, School of Math., University of Manchester, UK

c. LEGI CNRS UMR 5519, Université Joseph Fourier, INPG, Grenoble, France

## Résumé :

*Un lit de particules soumis à un écoulement de fluide, par exemple le lit d'une rivière, se met en mouvement quand les forces hydrodynamiques deviennent supérieures à une fraction du poids apparent des particules. Nous étudions expérimentalement le transport de particules dans un tube à section rectangulaire. Nous comparons les résultats aux prédictions d'un modèle continu à deux phases, dans lequel nous utilisons une rhéologie granulaire pour la contrainte solide.*

## Abstract :

*When particle beds are submitted to shearing flows, the particles at the surface of the bed can move as soon as hydrodynamic forces acting on them exceed a fraction of their apparent weight. We are studying experimentally the bedload transport of spherical particles in a shear flow, using a rectangular duct. The experimental results are compared to the prediction of a two phase model with a granular rheology for the particulate.*

**Mots clefs :** Transport de sédiments ; rhéologie granulaire ; modèle à deux phases

## 1 Introduction

Le transport des sédiments ou plus généralement le transport de particules par un écoulement de fluide est un problème d'importance majeure dans les écoulements géophysiques (côtiers ou fluviaux). On retrouve également cette problématique dans l'industrie par exemple pétrolière ou agroalimentaire. Ce problème a été largement étudié dans la littérature depuis le milieu du XX<sup>e</sup> siècle [5, 13, 1, 18]... Récemment, Ouriemi et al. [16] ont proposé un modèle à deux phases décrivant le transport par charriage dans des écoulements laminaires cisailés. Ce modèle à deux phases est basé sur une rhéologie newtonienne pour la phase fluide et une rhéologie frictionnelle pour la phase particulaire [6], tandis que l'interaction fluide-particule est supposée suivre une loi de Darcy. Cette approche permet de prédire le seuil du mouvement pour la phase particulaire et de donner une description de l'écoulement à l'intérieur de la couche granulaire mobile. Loin du seuil, un simple modèle analytique pour le flux de particules est obtenu et donne une description très satisfaisante des observations expérimentales de transport par charriage dans une conduite cylindrique [16]. Cependant, il s'agit d'une comparaison indirecte qui ne permet pas complètement de valider le modèle ainsi que les choix des rhéologies. Pour pallier ces problèmes, nous avons développé une expérience de transport de particules dans un tube à section rectangulaire qui permet d'étudier l'intérieur du lit en utilisant une technique d'adaptation des indices optiques du liquide et des particules [7, 11].

La section 2 résume le modèle à deux phases développé par Ouriemi et al. [16] dans le cas d'un écoulement bidimensionnel, la section 3 décrit le montage expérimental alors que la section 4 montre les résultats expérimentaux obtenus et les discute.

## 2 Modélisation à deux phases pour un écoulement bidimensionnel

La modélisation que nous utilisons est un modèle à deux phases, issu des travaux de Jackson [9] et développé par Ouriemi et al. [16]. Dans cette étude nous considérons un lit de hauteur  $h_p$ , composé de particules de diamètre  $d$ , dans un canal à deux dimensions, de hauteur  $D$ , rempli de fluide (figure 1a). On impose un gradient de pression  $\partial_x p^f$  au fluide et l'on suppose que l'écoulement est stationnaire. La fraction solide est choisie nulle dans le fluide et égale à la valeur  $\phi = 0.55$  dans le lit de particules.

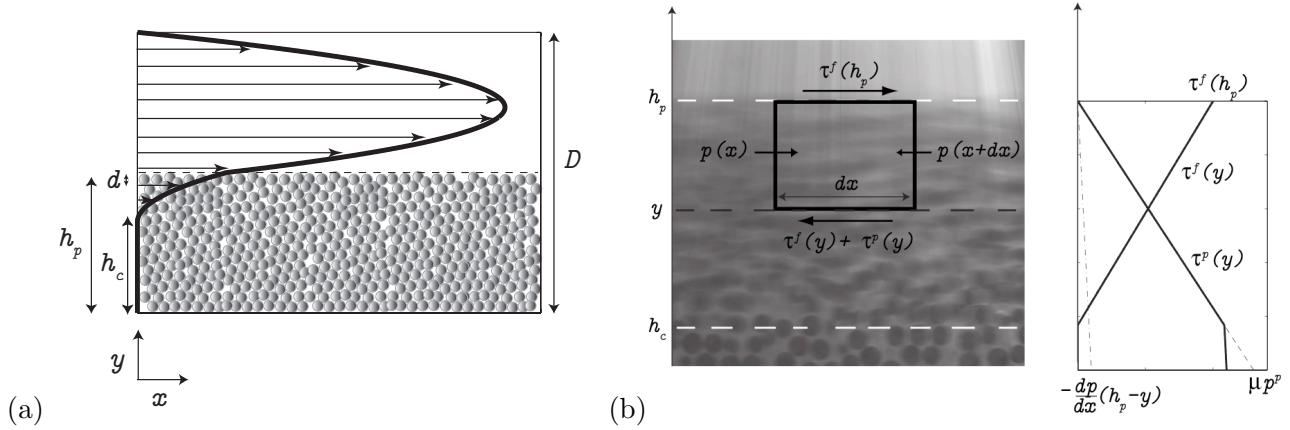


FIG. 1 – (a) Schéma du lit plat stationnaire 2D. (b) Bilan de forces sur le mélange

Dans ces conditions, les équations correspondant à la conservation de la quantité de mouvement de chacune des phases (fluide et solide) projetées selon l'horizontale se réduisent à l'équation de Brinkman [2] (équation 1) et l'équation du mélange (équation 2).

$$\frac{\partial p^f}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{xy}^f}{\partial y} + \eta\beta(U - u^p) = 0 \quad (1)$$

$$\tau_{xy}^p(y) + \tau_{xy}^f(y) = \tau_{xy}^f(h_p) - \frac{\partial p^f}{\partial x}(h_p - y) \quad (2)$$

L'équation de Brinkman correspond au transport du fluide à travers le lit de particules, où l'on note  $\tau_{xy}^f$  la contrainte de cisaillement qui s'applique sur la phase fluide,  $u^p$  la vitesse de la phase particule,  $u^f$  la vitesse de la phase fluide et  $U = \phi u^p + (1 - \phi)u^f$  la vitesse débitante. La force d'interaction fluide-grain est de type Darcy avec  $\eta$  la viscosité du fluide pur et  $\beta = (180\phi^2)/[(1 - \phi)^3 d^2]$  le coefficient de perméabilité [7]. L'équation du mélange correspond au transfert de la contrainte qui s'applique en haut du lit (contrainte fluide uniquement) en une contrainte fluide et une contrainte sur les particules,  $\tau_{xy}^p$ , dans le lit (figure 1b). Enfin, l'équation de conservation de quantité de mouvement de la phase particule, projeté selon la verticale donne une répartition hydrostatique de la pression granulaire,  $p^p = \phi\Delta\rho g(h_p - y)$ , où  $\Delta\rho = \rho_p - \rho_f$  correspond à la différence de masse volumique des deux phases.

La fermeture de ces équations nécessitent un choix de rhéologie pour chacune des phases. Pour la contrainte fluide nous avons choisi d'utiliser une forme newtonienne  $\tau^f(y) = \eta_e(dU/dy)$  avec une viscosité effective de type Einstein ( $\eta_e = \eta(1 + 5\phi/2)$ ). Pour la contrainte solide nous avons choisi de simplifier la rhéologie granulaire [8, 10, 3, 17], en supposant que le coefficient de friction  $\mu$  est constant. Nous utilisons donc une rhéologie de type Coulomb dans la zone qui coule ( $du^p/dy > 0$ ),  $\tau_{xy}^p = \mu p^p$ .

Ces équations peuvent être résolues analytiquement en se plaçant dans le cas où les vitesses sont égales ( $U \simeq u^p$ ). Les conditions aux limites correspondent à une vitesse débitante nulle aux bords

( $U(D) = U(0) = 0$ ), une vitesse des particules nulle en bas ( $u^p(0) = 0$ ) et une contrainte solide nulle à l'interface fluide/grains ( $\sigma_{xy}^p(h_p) = 0$ ). On obtient alors l'expression du profil de vitesse dans le lit et dans le fluide pur (équations 3 et 4).

$$\text{Pour } y < h_p : \quad u^p = U = \frac{\mu\phi\Delta\rho g + \frac{\partial p^f}{\partial x} (y - h^c)^2}{\eta_e 2} \quad (3)$$

$$\text{Pour } h_p < y < D : \quad U = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p^f}{\partial x} \frac{(y - D)(y - h_p)}{2} + u^p(h_p) \frac{(y - D)}{(h_p - D)} \quad (4)$$

Où l'on note  $h^c$  la position où le granulaire s'arrête de couler. Cette hauteur peut être obtenue en écrivant l'équilibre des contraintes de part et d'autre de l'interface fluide/particules.

### 3 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental (figure 2) consiste en un tube à section rectangulaire, de hauteur  $D = 6.5\text{cm}$ , de largeur  $W = 3.5\text{cm}$  et de longueur  $L = 100\text{cm}$ . Deux types de particules sont utilisées, des particules de borosilicate, fournies par *Aldrich*, de masse volumique  $\rho_p = 2230\text{kg/m}^3$ , diamètre  $d = 1.1\text{mm}$  et indice optique  $n = 1.472$  et des particules de PMMA, fournies par *plasticballs* ( $\rho_p = 1190\text{kg/m}^3$ ,  $d = 2\text{mm}$  et  $n = 1.49$ ). On introduit dans le tube une masse fixe de particules (2080g de borosilicate ou 1100g de PMMA).

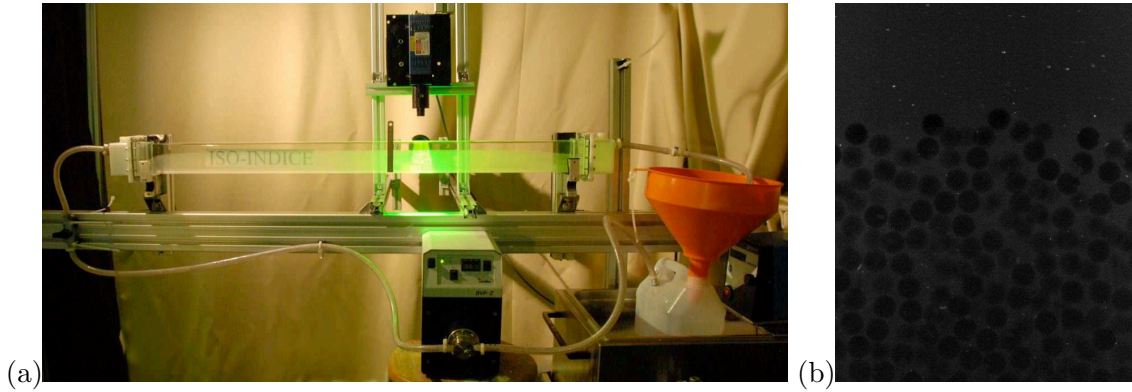


FIG. 2 – (a) Dispositif expérimental. (b) exemple d'image obtenue pour du PMMA de 2mm de diamètre et une nappe laser située à 10 mm du bord.

Le fluide utilisé a le même indice optique que les particules. Il s'agit de triton X-100 pur (*Sigma-Aldrich*) ( $\rho_f = 1070\text{kg/m}^3$ ,  $\eta = 270\text{mPa.s}$  et  $n = 1.481$  à  $25^\circ\text{C}$ ) dans le cas du PMMA et d'un mélange triton X-100 / eau (85-15% en masse et quelques gouttes d'acide) dans le cas du borosilicate ( $\rho_f = 1060\text{kg/m}^3$ ,  $\eta = 320\text{mPa.s}$  et  $n = 1.474$  à  $25^\circ\text{C}$ ). Une pompe à palette (*Ismatec*) permet de générer un écoulement à débit constant jusqu'à  $10^{-4}\text{m}^3/\text{s}$  à partir d'un réservoir de fluide thermostaté à  $25^\circ\text{C}$ . A l'entrée du tube, le fluide passe à travers un milieu poreux constitué de bille de verre de 1cm de diamètre, afin de rendre l'écoulement laminaire.

La condition initiale est obtenue selon les étapes suivantes : on retourne le tube pendant  $t_s = 2\text{min}$ , puis on le penche à un angle de  $43^\circ$  pendant le même temps  $t_s$  afin d'amener toutes les particules à l'entrée du tube. On remet le tube en place et le retourne dans sa bonne position. On attend  $t_s$  avant d'imposer un écoulement à faible débit ( $Q_0^f = 2.4 \cdot 10^{-7}\text{m}^3\text{s}^{-1}$ ) pendant  $t_0 = 4\text{min}$ . On a ainsi obtenu un lit plat correspondant à une hauteur de fluide initiale de  $h_{f0} = 6 \pm 1\text{mm}$ . On impose ensuite le débit fluide  $Q^f$  souhaité. Le protocole est identique pour les deux types de particules. Néanmoins les étapes correspondantes à de la sédimentation nécessitent un temps d'attente différent pour prendre en

compte les vitesses de sédimentations (dans le cas d'une particule  $V_s = d^2 \Delta \rho g / (18 \eta)$ ). Ainsi pour les particules en PMMA on prend  $t_s = 4$  min et le débit initialement imposé est de  $Q_0^f = 1.7 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  pour une hauteur initiale  $h_{f0} = 9 \pm 1 \text{ mm}$ .

Une nappe laser verte (532nm, 100mW, *laser2000*) nous permet d'illuminer une zone de 4cm de long, dans l'axe du tube, située à 50 cm de l'entrée (figure 2a). La position latérale de la nappe laser est variée entre le centre du tube (175mm du bord) et le bord (25 mm du bord) à l'aide d'une vis micrométrique. On ajoute de la rhodamine 6G au fluide, molécule dont la fluorescence est excitée à la longueur d'onde du laser utilisée et qui émet dans une gamme de longueur d'ondes supérieures à 555nm. Un filtre rouge (de bande passante 590-1800 nm) filtre la longueur d'onde du laser, permettant d'observer le fluide en clair et les particules en noir, et ainsi de suivre le mouvement des particules. Pendant que le débit souhaité est imposé, la zone illuminée est filmée à l'aide d'une caméra Basler pendant 3 à 5 min à une fréquence d'acquisition  $f = 20$  images par secondes. Le film est arrêté lorsque l'épaisseur de particules en mouvement est inférieure à une couche. Des traceurs (*fingerprint*) sont introduits afin de pouvoir visualiser l'écoulement du fluide. La figure 2b montre une image typique obtenue pour du PMMA.

## 4 Résultats et discussion

### 4.1 Evolution de la hauteur du lit de particules

La figure 3 montre l'évolution temporelle de la hauteur du fluide  $h^f$  pour une expérience typique. Quand le débit est imposé on observe d'abord une diminution de la hauteur du fluide, correspondant à une dilatation du milieu granulaire. Puis le milieu granulaire est érodé et on observe une augmentation progressive de la hauteur fluide jusqu'à tendre vers une saturation correspondant au seuil d'arrêt de mouvement. La connaissance de l'évolution temporelle de la hauteur de fluide nous permet d'accéder à la mesure du profil de vitesse pour chacune des hauteurs fluides réalisées au cours de l'expérience et ce de manière continu. Nous sommes donc capable de comparer les différentes expériences entre elles pour une hauteur fluide donnée.

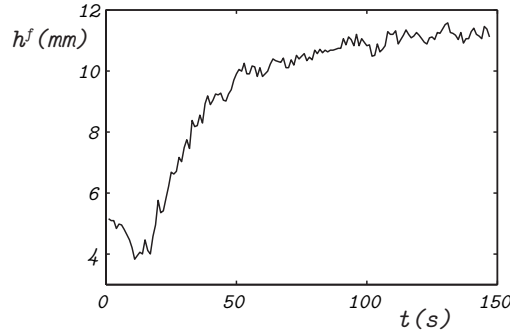


FIG. 3 – Evolution temporelle de la hauteur fluide  $h^f$  au centre du tube pour des particules de borosilicate et un débit fluide  $Q^f = 6.93 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ .

### 4.2 Profils de vitesse

Nous avons mesuré les profils de vitesses fluides et particules pour différentes hauteurs de fluides ( $h_f = 8 \text{ mm}$ ;  $10 \text{ mm}$  et  $16 \text{ mm}$ ). Pour obtenir ces profils nous effectuons une corrélation d'images entre images successives et nous effectuons la moyenne sur 80 images (4s). La vitesse fluide est obtenue après un seuillage qui permet de ne garder que les traceurs. La figure 4 montre un profil de vitesse typique. L'axe vertical a été centré sur l'interface fluide/grain.

On peut noter que dans la zone granulaire en mouvement les vitesses fluides et particules sont superposées, comme supposé lors de la résolution analytique du modèle (section 2). Afin de comparer ce profil expérimental au modèle (équations 3 et 4) il faut prendre en compte le fait que la géométrie

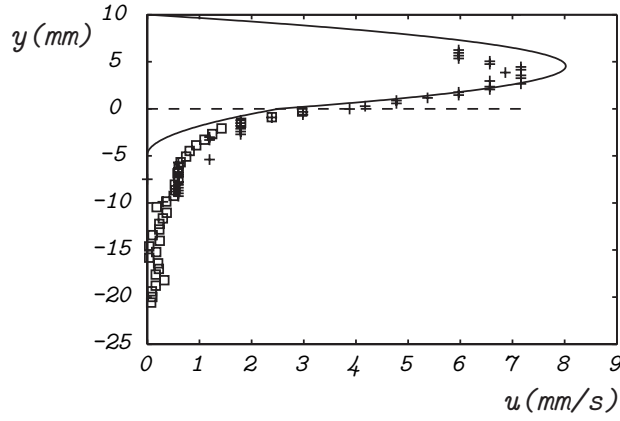


FIG. 4 – (a) Profil de vitesse pour des particules de PMMA, une hauteur fluide  $h^f = 10\text{mm}$  et un débit fluide  $Q^f = 1.7 \cdot 10^{-6}\text{m}^3/\text{s}$  ( $\square$  particules,  $+$  fluide,  $-$  modèle 2D).

n'est pas bidimensionnelle mais correspond en fait à un tube à section rectangulaire, de largeur  $W$  et hauteur  $D$ . En suivant les travaux d'Ouriemi et al [15] et en utilisant le calcul de l'écoulement dans un tube à section rectangulaire développé par [14] nous obtenons un coefficient géométrique reliant les débit 2D et 3D correspondant à un cisaillement identique sur le lit au centre du tube (équation 5).

$$Q_{2D}^f = k \frac{Q_{3D}^f D}{W} \quad \text{avec} \quad k(h^f) = \frac{(W/h^f)(1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 \text{ch}((n+\frac{1}{2})\pi(W/h^f))})}{((W/h^f) - \frac{192}{\pi^5} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{th}((n+\frac{1}{2})\pi(W/h^f))}{(2n+1)^5})} \quad (5)$$

Ce coefficient varie de 1.16 à 1.4 dans la gamme de hauteur explorée  $h^f = [8\text{mm}; 20\text{mm}]$ . Le profil donné par le modèle est tracé sur la figure 4. On peut noter que l'accord est relativement bon dans la zone fluide pur. En revanche l'écoulement du milieu granulaire est assez mal décrit, en particulier l'épaisseur de la zone en mouvement est largement sous estimée.

## 5 Conclusions

Nous avons développé une expérience de charriage d'un lit de particules dans un écoulement cisailé dans laquelle, grâce à une technique iso-indice, nous pouvons obtenir le profil de vitesse des particules et du fluide. Nous avons montré que dans le cadre d'un modèle diphasique, une rhéologie de type coulomb semble insuffisante pour prendre correctement en compte le mouvement du milieu granulaire. Pour mieux décrire cet écoulement il semble indispensable de prendre en compte la rhéologie granulaire plus complexe  $\mu(I)$  [8, 10, 3, 17] ainsi que les effets tridimensionnels (présence des parois, géométrie expérimentale). Une résolution numérique ([4]) devrait permettre des comparaisons quantitatives avec les expériences afin de comprendre le rôle joué par le choix de la rhéologie fluide, de la rhéologie granulaire et de la géométrie.

## Références

- [1] BAGNOLD, R. A. 1956 The flow of cohesionless grains in fluids. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **249**, 235–297.
- [2] BRINKMAN, H. C. 1947 A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles. *Appl. Sci. Res.* **A1**, 27–34.
- [3] CASSAR, C., NICOLAS & POULIQUEN, O. 2005 Submarine granular flows down inclined planes. *Phys. Fluids* **17**, 103301.

- [4] CHAUCHAT, J. & MÉDALE, M. 2010 A three-dimensional numerical model for incompressible two-phase flow of a granular bed submitted to a laminar shearing flow. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **199**, 439–449.
- [5] EINSTEIN, H. A. 1942 Formulas for the transportation of bed load. *Transactions* **2140**, 561–597.
- [6] FORTERRE Y. & POULIQUEN O. 2008 Flows of dense granular media. *Annual Review of Fluid Mechanics*, **40** 1–24.
- [7] GOHARZADEH, A., KHALILI, A. & JØRGENSEN, B. B. 2005 Transition layer thickness at a fluid-porous interface. *Phys. Fluids* **17**, 057102.
- [8] GDR MIDI 2004 On dense granular flows. *Eur. Phys. J.* **14**, 341–365.
- [9] JACKSON, R. 1997 Locally averaged equations of motion for a mixture of identical spherical particles and a Newtonian fluid. *Chemical Engineering Science* **52**, 2457–2469.
- [10] JOP, P., FORTERRE, Y. & POULIQUEN, O. 2006 A constitutive law for dense granular flows. *Nature* **441**, 727–730.
- [11] LOBKOVSKY, A. E., ORPE, A. V., MOLLOY, R., KUDROLLI, A. & ROTHMAN, D. H. 2008 Erosion of granular bed driven by laminar fluid flow. *J. Fluid Mech.* **605**, 47–58.
- [12] LOISELEUX, T., GONDRET, P., RABAUD, M. & DOPPLER, D. 2005 Onset of erosion and avalanches for an inclined granular bed sheared by a continuous laminar flow. *Phys. Fluids* **17**, 103304.
- [13] MEYER-PETER, E. & MULLER, R. 1948 Formulas for bed-load transport. *Report on the 2nd meeting international association*, 39–64.
- [14] NICOLAS, X. , LUIJKX & J.-M., PLATTEN, J.-K. 2000 Linear stability of mixed convection flows in horizontal rectangular channels of finite transversal extension heated from below, *IJHMT* **43** 589–610.
- [15] OURIEMI, M., AUSSILLOUS, P., MEDALE, M., PEYSSON, Y. & GUAZZELLI, E. 2007 Determination of the critical Shields number for particle erosion in laminar flow. *Phys. Fluids* **19**, 061706.
- [16] OURIEMI, M., AUSSILLOUS, & GUAZZELLI, E. 2009 Sediment dynamics. Part 1. Bed-load transport by laminar shearing flows, *Journal of Fluid Mechanics*, **636**, 295–319 .
- [17] POULIQUEN, O., CASSAR, C., JOP, P., FORTERRE, Y., & NICOLAS, M. 2006 Flow of dense granular material : towards simple constitutive laws. *J. Stat. Mech.* P07020.
- [18] YALIN, S. 1963 An expression for bed-load transportation. *J. Hydraul. Division* **HY3**, 221–250.